

A247

Set No. : 1

Question Booklet No.

**RET/17/TEST-B**

**904**

**Mathematics (Arts)**

*(To be filled up by the candidate by blue/black ball point pen)*

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Roll No. (Write the digits in words) .....

Serial No. of OMR Answer Sheet .....

Day and Date .....

( Signature of Invigilator )

**INSTRUCTIONS TO CANDIDATES**

*(Use only blue/black ball-point pen in the space above and on both sides of the Answer Sheet)*

1. Within 30 minutes of the issue of the Question Booklet, Please ensure that you have got the correct booklet and it contains all the pages in correct sequence and no page/question is missing. In case of faulty Question Booklet, Bring it to the notice of the Superintendent/Invigilators immediately to obtain a fresh Question Booklet.
2. Do not bring any loose paper, written or blank, inside the Examination Hall *except the Admit Card without its envelope.*
3. *A separate Answer Sheet is given. It should not be folded or mutilated. A second Answer Sheet shall not be provided.*
4. Write your Roll Number and Serial Number of the Answer Sheet by pen in the space provided above.
5. *On the front page of the Answer Sheet, write by pen your Roll Number in the space provided at the top, and by darkening the circles at the bottom. Also, wherever applicable, write the Question Booklet Number and the Set Number in appropriate places.*
6. *No overwriting is allowed in the entries of Roll No., Question Booklet No. and Set No. (if any) on OMR sheet and Roll No. and OMR sheet no. on the Question Booklet.*
7. *Any change in the aforesaid entries is to be verified by the invigilator, otherwise it will be taken as unfair means.*
8. *This Booklet contains 40 multiple choice questions followed by 10 short answer questions. For each MCQ, you are to record the correct option on the Answer Sheet by darkening the appropriate circle in the corresponding row of the Answer Sheet, by pen as mentioned in the guidelines given on the first page of the Answer Sheet. For answering any five short Answer Questions use five Blank pages attached at the end of this Question Booklet.*
9. For each question, darken only **one** circle on the Answer Sheet. If you darken more than one circle or darken a circle partially, the answer will be treated as incorrect.
10. *Note that the answer once filled in ink cannot be changed. If you do not wish to attempt a question, leave all the circles in the corresponding row blank (such question will be awarded zero marks).*
11. For rough work, use the inner back pages of the title cover and the blank page at the end of this Booklet.
12. *Deposit both OMR Answer Sheet and Question Booklet at the end of the Test.*
13. You are not permitted to leave the Examination Hall until the end of the Test.
14. If a candidate attempts to use any form of unfair means, he/she shall be liable to such punishment as the University may determine and impose on him/her.

**Total No. of Printed Pages : 28**

**ROUGH WORK**  
रफ़ कार्य



## Research Entrance Test-2017

No. of Questions : 50

प्रश्नों की संख्या : 50

Time : 2 Hours

Full Marks : 200

समय : 2 घण्टे

पूर्णाङ्क : 200

**Note: (1)** This Question Booklet contains **40** Multiple Choice Questions followed by **10** Short Answer Questions.

इस प्रश्न पुस्तिका में **40** वस्तुनिष्ठ व **10** लघु उत्तरीय प्रश्न हैं।

**(2)** Attempt as many MCQs as you can. Each MCQ carries **3 (Three)** marks. **1 (One)** mark will be deducted for each incorrect answer. **Zero** mark will be awarded for each unattempted question. If more than one alternative answers of MCQs seem to be approximate to the correct answer, choose the closest one.

अधिकाधिक वस्तुनिष्ठ प्रश्नों को हल करने का प्रयत्न करें। प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न **3 (तीन)** अंकों का है। प्रत्येक गलत उत्तर के लिए **1 (एक)** अंक काटा जायेगा। प्रत्येक अनुत्तरित प्रश्न का प्राप्तांक शून्य होगा। यदि वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के एकाधिक वैकल्पिक उत्तर सही उत्तर के निकट प्रतीत हों, तो निकटतम सही उत्तर दें।

**(3)** Answer only **5** Short Answer Questions. Each question carries **16 (Sixteen)** marks and should be answered in **150-200** words. Blank **5 (Five)** pages attached with this booklet shall only be used for the purpose. Answer each question on separate page, after writing Question No.

केवल **5 (पाँच)** लघुउत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न **16 (सोलह)** अंकों का है तथा उनका उत्तर **150-200** शब्दों के बीच होना चाहिए। इसके लिए इस पुस्तिका में लगे हुए सादे **5 (पाँच)** पृष्ठों का ही उपयोग आवश्यक है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक नए पृष्ठ से, प्रश्न संख्या लिखकर शुरू करें।

01. Who wrote Svapnavasavadattam ?

- |                |             |
|----------------|-------------|
| (1) Kalidasa   | (2) Bhasa   |
| (3) Banabhatta | (4) Jayadev |

स्वप्नवासवदत्तम् किसकी रचना है ?

- |             |           |
|-------------|-----------|
| (1) कालिदास | (2) भास   |
| (3) बाणभट्ट | (4) जयदेव |

02. Who was the founder of Satyashodhak Samaj ?

- |                           |                   |
|---------------------------|-------------------|
| (1) Atmaram Pandurang     | (2) Jyotiba Phule |
| (3) Mahadev Govind Ranade | (4) Ayyankali     |

सत्यशोधक समाज की स्थापना किसने की थी ?

- |                           |                   |
|---------------------------|-------------------|
| (1) आत्माराम पांडुरंग     | (2) ज्योतिबा फुले |
| (3) महादेव गोविन्द रानाडे | (4) अय्यंकली      |

03. Who discovered the caves of Bhimbetka ?

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| (1) Paramananda Acharya | (2) V.D. Krishnaswami |
| (3) Rajendra Prasad Das | (4) V.S. Wakankar     |

भीमबेटका शैलाश्रयों की खोज किसने की थी ?

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| (1) परमानन्द आचार्य      | (2) वी.डी. कृष्णास्वामी |
| (3) राजेन्द्र प्रसाद दास | (4) वी.एस. वाकणकर       |

04. Umakant and Ramakant Gundecha Brothers are associated with :

- |             |            |
|-------------|------------|
| (1) Dhrupad | (2) Kathak |
| (3) Sarod   | (4) Tabla  |

उमाकांत एवं रमाकांत गुंदेचा बंधु का सम्बन्ध किससे है ?

- |            |          |
|------------|----------|
| (1) ध्रुपद | (2) कथक  |
| (3) सरोद   | (4) तबला |

05. Who among the following is **NOT** a winner of Nobel Prize in Literature ?

- |                         |                 |
|-------------------------|-----------------|
| (1) Kazuo Ishiguro      | (2) Bob Dylan   |
| (3) Rabindranath Tagore | (4) Ruskin Bond |

अधोलिखित में से कौन साहित्य में नोबेल पुरस्कार विजेता नहीं है ?

- |                       |                  |
|-----------------------|------------------|
| (1) काजू इंशिगुरो     | (2) बॉब डिलन     |
| (3) रबीन्द्रनाथ टैगोर | (4) रस्किन बॉन्ड |

06. In which State of India is Lomus Rishi cave situated ?

- |                    |                 |
|--------------------|-----------------|
| (1) Uttarakhand    | (2) Maharashtra |
| (3) Madhya Pradesh | (4) Bihar       |

लोमस ऋषि की गुफा भारत के किस राज्य में स्थित है ?

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| (1) उत्तराखंड   | (2) महाराष्ट्र |
| (3) मध्य प्रदेश | (4) बिहार      |

07. Which of the following languages is NOT declared by Government of India as Classical Language of India ?

- |             |             |
|-------------|-------------|
| (1) Tamil   | (2) Oria    |
| (3) Kannada | (4) Bengali |

निम्नलिखित में से भारत की किस भाषा को भारत सरकार द्वारा शास्त्रीय भाषा का दर्जा प्राप्त नहीं है ?

- |            |            |
|------------|------------|
| (1) तमिल   | (2) उड़िया |
| (3) कन्नड़ | (4) बंगाली |

08. To whom does the Speaker of the Loksabha submit his/her resignation ?

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| (1) The Prime Minister | (2) The Deputy Speaker |
| (3) The President      | (4) The Vice President |

लोकसभा अध्यक्ष अपना त्यागपत्र किसे देता है ?

- |                   |                      |
|-------------------|----------------------|
| (1) प्रधान मंत्री | (2) लोकसभा उपाध्यक्ष |
| (3) राष्ट्रपति    | (4) उपराष्ट्रपति     |

09. Who has been appointed as Chairman of the Committee assigned to prepare the final draft of the National Education Policy in 2017 ?

- (1) Ram Shanker Kureel
- (2) Krishnawamy Kasturirangan
- (3) T.V. Kattimani
- (4) Manjul Bhargava

राष्ट्रीय शिक्षा नीति, 2017 का मसौदा तैयार करने के लिए गठित समिति के अध्यक्ष कौन हैं ?

- |                      |                              |
|----------------------|------------------------------|
| (1) राम शंकर कुरील   | (2) कृष्णास्वामी कस्तूरीरंगन |
| (3) टी. वी. कट्टीमनी | (4) मंजुल भार्गव             |

10. Who is the author of 'Dast e Saba' ?

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| (1) Sahir Ludhiyanvi | (2) Faiz Ahmed Faiz |
| (3) Muhammad Iqbal   | (4) Ziauddin Barani |

'दस्त ए सबा' के लेखक कौन हैं ?

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| (1) साहिर लुधियानवी | (2) फैज़ अहमद फैज़  |
| (3) मुहम्मद इकबाल   | (4) जिआउद्दीन बरानी |

11. Which of the following statement is not **true** ?

- (1) If domain of a function is countable, then its range is also countable.
- (2) The set of all real numbers  $\mathbb{R}$  is a countable set.
- (3) The set of all rational numbers  $\mathbb{Q}$  is a countable set.
- (4) The family of all finite subsets of a countable set is countable

निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है ?

- (1) यदि किसी फलन का प्रांत गणनीय हो, तो उसका परिसर भी गणनीय होगा।
- (2) समस्त वास्तविक संख्याओं  $\mathbb{R}$  का समुच्चय गणनीय है।
- (3) समस्त रेशनल संख्याओं  $\mathbb{Q}$  का समुच्चय गणनीय है।
- (4) किसी गणनीय समुच्चय के सभी परिमित उपसमुच्चयों का समूह भी गणनीय है।

12. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a function such that  $f(f(x)) = -x$  for all  $x \in \mathbb{R}$ . Then

- (1)  $f$  is 1-1 but not onto.
- (2)  $f$  is onto but not 1-1.
- (3)  $f$  is both 1-1 and onto.
- (4)  $f$  need not be either 1-1 or onto.

माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक ऐसा फलन है कि  $f(f(x)) = -x$  सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए तब :

- (1)  $f$  एकाकी है, परन्तु आच्छादक नहीं।
- (2)  $f$  आच्छादक है, परन्तु एकाकी नहीं।
- (3)  $f$  एकाकी तथा आच्छादक है।
- (4) ऐसा जरूरी नहीं कि  $f$  आच्छादक या एकाकी हो।

13. Let  $G$  be a finite group and  $p$  be a prime number. The number of  $p$ -sylow subgroups of  $G$  is of the form :

माना  $G$  एक परिमित समूह है तथा  $p$  एक अविभाज्य संख्या है।  $p$ -सैलो उपपरिमित समूहों की संख्या का रूप होगा :

- |              |               |
|--------------|---------------|
| (1) $1 + np$ | (2) $n-p$     |
| (3) $np - 1$ | (4) $n + p^2$ |

14. A Group  $G$  of order 35 :

- |                               |                    |
|-------------------------------|--------------------|
| (1) is abelian but not cyclic | (2) is cyclic      |
| (3) is non-abelian            | (4) does not exist |

एक 35 आर्डर का परिमित समूह :

- (1) अबीलियन है पर साइक्लिक नहीं
- (2) साइक्लिक है
- (3) नान अबीलियन है
- (4) सम्भव नहीं है



15. If  $p$  is a prime number, then the splitting field over the field of rational numbers, of the polynomial  $x^p-1$  is of degree :

यदि  $P$  एक अभाज्य संख्या है, तो परिमेय संख्याओं के क्षेत्र पर आधारित बहुपद  $x^p-1$  के विभाजक क्षेत्र की डिग्री होगी :

- (1)  $p + 1$  (2)  $2p + 1$   
(3)  $p$  (4)  $p - 1$

16. Which of the following is **correct** ?

- (1) There is a field of 35 elements.  
(2) There is a field of 48 elements.  
(3) There is a field of 64 elements.  
(4) There is a field of 80 elements

निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?

- (1) एक ऐसा क्षेत्र है जिसमें कुल 35 सदस्य हैं।  
(2) एक ऐसा क्षेत्र है जिसमें कुल 48 सदस्य हैं।  
(3) एक ऐसा क्षेत्र है जिसमें कुल 64 सदस्य हैं।  
(4) एक ऐसा क्षेत्र है जिसमें कुल 80 सदस्य हैं।

17. Let  $A$  and  $B$  be  $n \times n$  matrices such that  $BA + B^2 = I - BA^2$ , where  $I$  is the  $n \times n$  identity matrix. Which of the following is always **true** ?

- (1)  $A$  is non-singular. (2)  $B$  is non-singular.  
(3)  $A + B$  is non-singular. (4)  $AB$  is non-singular.

माना  $A$  तथा  $B$   $n \times n$  आव्यूह है तथा  $BA + B^2 = I - BA^2$ , जहाँ  $I$   $n \times n$  तत्समक आव्यूह है। निम्न में से कौन हमेशा सही है ?

- (1)  $A$  व्युत्क्रमणीय है। (2)  $B$  व्युत्क्रमणीय है।  
(3)  $A + B$  व्युत्क्रमणीय है। (4)  $AB$  व्युत्क्रमणीय है।

18. Let  $M_n(K)$  denote the vector space of all  $n \times n$  matrices with entries in the field  $K$ . Fix a matrix  $A = (\alpha_{ij}) \in M_n(K)$  and consider the linear map  $T : M_n(K) \rightarrow M_n(K)$  given by

$$T(X) = AX$$

Then :

माना कि  $M_n(K)$  क्षेत्र  $K$  से प्रविष्टियों से युक्त सभी  $n \times n$  आव्यूहों की समष्टि को निर्दिष्ट करता है। एक आव्यूह  $A = (\alpha_{ij}) \in M_n(K)$  को स्थिर करें, तथा रैखिक मानचित्र  $T : M_n(K) \rightarrow M_n(K)$  जो  $T(x) = AX$  से दिया जाता है, पर विचार करें। तब :

- (1) Trace (T) =  $n \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}$                       (2) Trace (T) =  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}$   
 (3) Rank (T) =  $n^2$                               (4) T is non-singular

19. Let  $V$  be a finite dimensional vector space over  $\mathbb{R}$ . Let  $T : V \rightarrow V$  be a linear transformation such that  $\text{rank}(T) = \text{rank}(T^2)$ . Then which of the following is **not** correct ?

माना कि  $\mathbb{R}$  पर  $V$  एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है तथा  $T : V \rightarrow V$  एक रैखिक रूपान्तर है तथा जाति  $(T^2) =$  जाति  $(T)$  है। तब निम्न में से कौन सही नहीं है ?

- (1) Kernel  $(T^2) =$  Kernel  $(T)$               (2) Range  $(T^2) =$  Range  $(T)$   
 (3) Kernel  $(T) \cap$  Kernel  $(T^2) = \{0\}$       (4) Range  $(T) \cap$  Kernel  $(T) = \{0\}$

20. Let  $X$  be a metric space and  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  is a continuous function. Let

$G = \{(x, f(x)) : x \in X\}$  be the graph of  $f$ ,

Then :

- (1)  $G$  is homeomorphic to  $X \times \mathbb{R}$ .      (2)  $G$  is homeomorphic to  $\mathbb{R} \times X$ .  
 (3)  $G$  is homeomorphic to  $\mathbb{R}$ .              (4)  $G$  is homeomorphic to  $X$ .

माना कि  $X$  एक मानक समष्टि है तथा  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  एक सतत फलन है। माना  $G = \{(x, f(x)) : x \in X\}$   $f$  का लेखाचित्र है। तो :

- (1)  $G$  तथा  $X \times \mathbb{R}$  समरूपी हैं।      (2)  $G$  तथा  $\mathbb{R} \times X$  समरूपी हैं।  
 (3)  $G$  तथा  $\mathbb{R}$  समरूपी हैं।      (4)  $G$  तथा  $X$  समरूपी हैं।

21. Let  $X = \{a, b, c\}$ . Then which of the following classes of subsets of  $X$  is a topology on  $X$ ?

माना  $X = \{a, b, c\}$ , तब निम्नलिखित में से कौन  $X$  उपसमुच्चय के लिए  $X$  पर एक टोपोलॉजी है ?

- (1)  $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, X\}$       (2)  $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, X\}$   
 (3)  $\{\emptyset, \{a\}, \{a,b\}, X\}$       (4)  $\{\emptyset, \{a,b\}, \{b,c\}, X\}$

22. Every finite Hausdorff is :

- (1) a discrete space      (2) an indiscrete space  
 (3) not a  $T_1$  - space      (4) not a  $T_4$  - space

प्रत्येक परिमित हाउसडॉर्फ समष्टि है :

- (1) एक तुच्छ समष्टि      (2) एक विविक्त समष्टि  
 (3)  $T_1$  समष्टि नहीं      (4)  $T_4$  समष्टि नहीं

23. Let  $M$  denote the family of all Lebesgue measurable subsets of  $\mathbb{R}$ . Which of the followings is **not** true ?

- (1)  $A_1, A_2 \in M \Rightarrow A_1 \cup A_2 \in M$   
 (2)  $A_1, A_2 \in M \Rightarrow A_1 \cap A_2 \in M$   
 (3) If the Lebesgue out measure of a subset  $A$  of  $\mathbb{R}$  is zero, then  $A \in M$ .  
 (4) If  $A_n \in M$  for each  $n \in \mathbb{N}$ , then  $m\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} m(A_n)$ , where  $m$  denotes the Lebesgue measure.

मान लीजिए  $M, \mathbb{R}$  के सभी लेबेग मेजरेबिल के सबसमुच्चयों के समूह को प्रदर्शित करता है। तब निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है ?

- (1)  $A_1, A_2 \in M \Rightarrow A_1 \cup A_2 \in M$
- (2)  $A_1, A_2 \in M \Rightarrow A_1 \cap A_2 \in M$
- (3) यदि किसी  $\mathbb{R}$  के उपसमुच्चय  $A$  और लेबेग आऊट्स मेजर जीरो है, तब  $A \in M$
- (4) यदि  $A_n \in M$  के लिए प्रत्येक  $n \in \mathbb{N}$ , तब  $m\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} m(A_n)$  यहाँ  $m$  लेबेग मेजर को दिखाता है।

24. Let  $X$  be a normed linear space consider the following statements.

I : If  $X$  is a Banach space then  $\{x \in X : \|x\| = 1\}$  is complete.

II : If  $\{x \in X : \|x\| = 1\}$  is complete, then  $X$  is a Banach space.

Then :

- (1) Both I and II are true.
- (2) Neither I nor II is true.
- (3) I is true but II is false.
- (4) II is true but I is false.

मान लीजिए  $X$  एक नार्मड लीनियर स्पेस है। निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए।

I. यदि  $X$  बानाक स्पेस है तो  $\{x \in X : \|x\| = 1\}$  पूर्ण है।

II. यदि  $\{x \in X : \|x\| = 1\}$  पूर्ण है, तो  $X$  बानाक स्पेस है।

- (1) I तथा II दोनों सही हैं।
- (2) I तथा II में से कोई भी सही नहीं है।
- (3) I सही है, II गलत है।
- (4) II सही है, I गलत है।

25. Let  $l^2 = \{a = (a_k)_{k \geq 1} : a_k \in \mathbb{C} \text{ and } \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} |a_k|^2 \right\}^{1/2} = \|a\|_2 < \infty\}$  and

$$l^\infty = \{a = (a_k)_{k \geq 1} : a_k \in \mathbb{C} \text{ and } \sup_{k \geq 1} |a_k| < \infty\}$$

Define a map  $T : l^\infty \rightarrow l^2$  as

$$T(a) = \left\{ a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{2^2}, \frac{a_4}{2^3}, \dots \right\}$$

Which of the following statements in **true** ?

- (1) T is discontinuous linear map.
- (2) T maps  $l^\infty$  into  $l^2$ .
- (3)  $T^{-1}$  exists and is continuous.
- (4) T is uniform continuous.

माना कि  $l^2 = \{a = (a_k)_{k \geq 1} : a_k \in \mathbb{C} \text{ and } \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} |a_k|^2 \right\}^{1/2} = \|a\|_2 < \infty\}$ , और

$$l^\infty = \{a = (a_k)_{k \geq 1} : a_k \in \mathbb{C} \text{ and } \sup_{k \geq 1} |a_k| < \infty\}$$

Define a map  $T : l^\infty \rightarrow l^2$  as

$$T(a) = \left\{ a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{2^2}, \frac{a_4}{2^3}, \dots \right\}$$

तथा T उपरोक्त हैं। तब कौन-सा कथन सही है ?

- (1) T एक असंतत रेखित फलन है।
- (2) T  $l^\infty$  तथा  $l^2$  के बीच में आच्छादक फलन है।
- (3)  $T^{-1}$  का अस्तित्व है तथा वह संतत है।
- (4) T एक समानतः संतत है।

26. Let  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be twice differentiable function, with  $f(0) = f(1) = f'(0) = 0$ . Then :

- (1)  $f''$  is a zero function (2)  $f''(0) = 0$   
 (3)  $f''(x) = 0$  for some  $x \in (0, 1)$  (4)  $f'$  never vanishes

माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक दो बार संतततः अवकलनीय फलन है तथा  $f(0) = f(1) = f'(0) = 0$  तब :

- (1)  $f''$  शून्यक फलन है  
 (2)  $f''(0) = 0$   
 (3) किसी  $x \in (0,1)$  के लिए  $f''(x) = 0$   
 (4)  $f'$  कभी लुप्त नहीं होता

27. Let  $A$  be subset of  $\mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$ ,  $A \neq \mathbb{R}$  and  $A$  is closed, then  $A$  is :

- (1) the closure of interior of  $A$  (2) a countable set  
 (3) a compact set (4) not open

माना कि  $A$ ,  $\mathbb{R}$  का एक उपसमुच्चय है तथा  $A \neq \emptyset, A \neq \mathbb{R}$  व  $A$  संवृत्त है, तब  $A$  है :

- (1)  $A$  के आंतरिक का संवरक है। (2) एक गणनीय समुच्चय है।  
 (3) एक संहत समुच्चय है। (4) विवृत नहीं है।

28. Let  $P > 1$  then  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p} \right)$  is :

माना कि  $p > 1$ , तब  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p} \right)$  है :

- (1)  $\frac{1}{1-p}$  (2)  $\frac{1}{1+p}$   
 (3)  $\frac{1}{p-1}$  (4)  $\frac{1}{p}$

29. The radius of convergence of the power series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{10}} x^n$  is :

घात श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{10}} x^n$  की अभिसरण त्रिज्या है :

- (1) 1 (2) 2  
(3) 0 (4)  $\infty$

30. The residue of the function  $\frac{e^{2z}}{(z+1)^3}$  at  $z = -1$  is :

$\frac{e^{2z}}{(z+1)^3}$  पर  $z = -1$  का अवशेष है :

- (1)  $e^2$  (2)  $2e^2$   
(3)  $2e^{-2}$  (4) 0

31. The real projective space  $IRP^n$  is :

- (1) orientable if  $n$  is even.  
(2) always orientable.  
(3) not orientable if  $n$  is even.  
(4) always non - orientable.

वास्तविक प्रोजेक्टिव स्पेस  $IRP^n$  है।

- (1) ओरिएन्टेबल यदि  $n$  सम हो  
(2) हमेशा ओरिएन्टेबल  
(3) ओरिएन्टेबल नहीं यदि  $n$  सम हो  
(4) हमेशा नान-ओरिएन्टेबल

32. Which one of the following statements is **not** correct ?

- (1) Every smooth manifold satisfies the first axiom of countability.
- (2) Every smooth manifold is locally connected.
- (3) If a smooth manifold is Hausdorff, then it is locally compact.
- (4) Every smooth manifold is para compact.

निम्न में से कौन सही नहीं है ?

- (1) प्रत्येक स्मूथ मैनिफोल्ड सैटिसफायर फर्स्ट काउन्टेबल का एम्प्लिफिकेशन है।
- (2) प्रत्येक स्मूथ मैनिफोल्ड लोकली जुड़ा है।
- (3) यदि एक स्मूथ मैनिफोल्ड हाउसडॉर्फ हो तो वह लोकली कम्पैक्ट है।
- (4) प्रत्येक स्मूथ मैनिफोल्ड पैरा कम्पैक्ट है।

33. Which of the following statements is **not** true ?

- (1) The Lie bracket operation is  $\mathbb{R}$  - linear.
- (2) The Lie bracket operation is not skew - symmetric.
- (3) The Lie bracket operation satisfies the Jacobi identity.
- (4) The Lie bracket operation satisfies

$$[fX, gY] = fg[X, Y] + f(Xg)Y - g(Yf)X$$

निम्न में से कौन सही नहीं है ?

- (1) ली ब्रेकेट  $\mathbb{R}$ -रेखिक है।
- (2) ली ब्रेकेट स्क्यू-सिमेट्रिक नहीं है।
- (3) ली ब्रेकेट जैकोबी आइडेन्टिटी को सन्तुष्ट करता है।
- (4) ली ब्रेकेट संतुष्ट करता है :

$$[fX, gY] = fg[X, Y] + f(Xg)Y - g(Yf)X$$



34. Suppose  $f : D \rightarrow \mathbb{C}$  is of class  $C^1$  on some open subset  $D$  of  $\mathbb{C}^n$ . Then  $f$  is holomorphic on  $D$  if and only if :

माना  $f : D \rightarrow \mathbb{C}$  एक क्लास  $C^1$  का फलन है, जहाँ  $D, \mathbb{C}^n$  का एक विवृत उपसमुच्चय है। तब  $f, D$  में होलोमॉर्फिक तभी और केवल तभी होगा यदि :

$$(1) \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k} = 0, \quad K = 1, 2, \dots, n,$$

$$(2) \frac{\partial f}{\partial z^k} = 0, \quad K = 1, 2, \dots, n,$$

$$(3) \frac{\partial f}{\partial z^k} + \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k} = 0, \quad K = 1, 2, \dots, n.$$

$$(4) \frac{\partial f}{\partial z^k} = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^k}, \quad K = 1, 2, \dots, n.$$

35. For the Problem : Maximise  $(x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3})$  subject to  $x_1 + 2x_2 = 100$ , the optimal value is :

समस्या के लिए अधिकतम  $(x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3})$  विषय अनुरूप  $x_1 + 2x_2 = 100$ , का सर्वोत्कृष्ट वैल्यू है :

$$(1) \frac{100}{3}$$

$$(2) \frac{3}{100}$$

$$(3) \frac{50}{3}$$

$$(4) \frac{200}{3}$$

36. The function  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  is :

- (1) Convex
- (2) Quasi - convex
- (3) Semi - strictly quasi convex
- (4) All above are true

फलन  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  है :

- (1) कौनवेक्स
- (2) क्वासी-कौनवेक्स
- (3) सेमी स्ट्रिक्टली क्वासी-कन्वेक्स
- (4) उपरोक्त में सभी सही

37. The partial differential equation

$f(x, y, u) u_x + g(x, y, u) u_y = h(x, y, u)$  is a :

- (1) Linear equation
- (2) Semi-linear equation
- (3) Quasilinear equation
- (4) None of the above

निम्न आंशिक अवकलन समीकरण दिया है :

$f(x, y, u) u_x + g(x, y, u) u_y = h(x, y, u)$

उपरोक्त समीकरण है।

- (1) रेखिक समीकरण
- (2) अर्द्धरेखिक समीकरण
- (3) क्वासी रेखिक समीकरण
- (4) उपरोक्त में कोई नहीं

38. A solution of PDE

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - 4 = 0$  represents :

- (1) an ellipse in  $xy$  - plane.
- (2) an ellipsoid in  $xyu$  space.
- (3) a parabola in  $u - x$  plane.
- (4) a hyperbola in  $u - y$  plane.

पी०डी०ई० का समाधान है :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - 4 = 0 \text{ निरूपित करता है :}$$

- (1) एक  $xy$  समतल (प्लेन) पर दीर्घवृत्त
- (2) एक  $xyu$  की जगह पर दीर्घवृत्ताकार
- (3) एक  $u - x$  समतल (प्लेन) में पैराबोला (उद्द्विकास)
- (4) एक  $u - y$  समतल (प्लेन) में अतिशयोक्ति (हायपरबोला)

39. For an irrotational motion of a fluid, which of the following statements is always **true** ?

- (1) The vorticity vector is zero.
- (2) The vorticity vector is non-zero.
- (3) Divergence of velocity is non-zero.
- (4) Divergence of velocity is zero.

द्रव के अचक्रीय गति के लिए निम्न में से कौन हमेशा सत्य है ?

- (1) वॉर्टिसिटी वेक्टर शून्य है।
- (2) वॉर्टिसिटी वेक्टर शून्य नहीं है।
- (3) गति का डाइवर्जेंस शून्य नहीं है।
- (4) गति का डाइवर्जेंस शून्य है।

40. The complex potential of a uniform flow  $U$  making an angle  $\alpha$  with  $x$ -axis is :

सतत प्रवाह  $U$  जो कि  $x$ -axis से  $\alpha$  कोण बनाता है, उसका कॉम्प्लेक्स पोटेन्सियल है :

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| (1) $Ue^{i(\pi+\alpha)}z$  | (2) $Ue^{i(\pi-\alpha)}z$  |
| (3) $-Ue^{i(\pi+\alpha)}z$ | (4) $-Ue^{i(\pi-\alpha)}z$ |

**Short Answer Questions****लघु उत्तरीय प्रश्न**

**Note:** Attempt any **five** questions. Write answer in **150-200** words. Each question carries **16** marks. Answer each question on separate page, after writing Question Number.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक का उत्तर **150-200** शब्दों में दीजिए। प्रत्येक प्रश्न **16** अंकों का है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर अलग पृष्ठ पर प्रश्न संख्या लिखकर शुरू करें।

01. If  $G$  is a finite group with  $O(G) = P^n$ , for some prime number  $p$  then prove that, the centre  $Z(G) \neq \{e\}$ . Hence show that  $O(G) = P^2$  implies that  $G$  is abelian.

यदि  $G$  has निश्चित समुच्चय है तथा  $O(G) = p^n$ , जहाँ  $p$  एक अविभाज्य संख्या है, तब सिद्ध कीजिए कि  $Z(G) \neq \{e\}$ । उपरोक्त तथ्य का उपयोग करते हुए दिखाइये कि यदि  $O(G) = p^2$  तो  $G$  एबीलियन है।

02. If  $R$  is a commutative ring with identity and  $M$  is an ideal of  $R$ , then prove that  $M$  is a maximal ideal if and only if  $R/M$  is a field.

यदि  $R$  कम्यूटेटिव रिंग है तथा उसके पास यूनिट एलीमेंट है तथा  $M, R$  का आइडियल है तो सिद्ध कीजिए  $M$  मैक्सिमल तभी व केवल तभी है जबकि  $R/M$  क्षेत्र हो जाये।

03. Using the Contour integration, evaluate the integral  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta}{5-4\cos\theta} d\theta$ .

कन्टूर समाकलन का प्रयोग करते हुए, समाकलन  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta}{5-4\cos\theta} d\theta$  का मान ज्ञात कीजिए।

04. Let  $X$  be a non-empty convex subset of  $\mathbb{R}^n$  and  $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$  be functions. If  $f$  is non-positive and convex and  $g$  is positive and convex,

then show that  $\frac{f}{g}$  is semi-strictly quasi convex.

माना  $X$  एक नॉन-एम्प्टी कॉनवेक्स उपसमुच्चय है  $\mathbb{R}^n$  का, तथा  $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$  में फलन हैं। यदि  $f$  नान पोजिटिव तथा कॉनवेक्स, तथा  $g$  पोजिटिव व कॉनवेक्स

हों तो दिखाइये कि  $\frac{f}{g}$  अर्द्ध-स्ट्रिक्टली क्वासी कॉनवेक्स है।

05. (a) Describe a smooth structure on real projective plane.

रीयल प्रोजेक्टिव प्लेन में स्मूथ स्ट्रक्चर की व्याख्या कीजिए।

- (b) Let  $(M, g)$  be an  $n$ -dimensional para compact Riemannian manifold. Prove that it always contains a unique metric symmetric connection.

माना  $(M, g)$  एक  $n$ -विमीय रीमानियन मैनीफोल्ड है। सिद्ध कीजिए कि वह हमेशा एक विशिष्ट मैट्रिक सिमेट्रिक कनेक्शन रखता है।

06. Define a topological property. Prove that compactness is a topological property.

टोपोलाजिकल प्रापर्टी को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि कम्पैक्टनेस एक टोपोलाजिकल प्रापर्टी है।

07. Prove that a subset of  $\mathbb{R}$  is connected if and only if it is an interval.

सिद्ध कीजिए कि  $\mathbb{R}$  का कोई उपसमुच्चय कनेक्टेड तभी और सिर्फ तभी है जबकि वह एक अन्तराल हो।

- 08.** Define a normed linear space and a Banach space. State and prove a necessary and sufficient for a normed linear space to be a Banach space.

नार्मड लीनियर स्पेस की तथा बानाक स्पेस की परिभाषा दीजिए। एक आवश्यक व पर्याप्त शर्त जो उसे बानाक स्पेस बनाती है को लिखिये तथा उसे सिद्ध कीजिए।

- 09.** If both the ends of a bar of length  $a$  are at temperature zero and the initial temperature is to be prescribed by function  $f(x)$  in the bar. Then find the temperature at subsequent time  $t$ .

कोई छड़ जिसके दोनों अन्तिम छोर के बिन्दुओं पर तापमान शून्य है तथा जिसकी लम्बाई  $a$  है, तथा उसका आरम्भिक तापमान  $f(x)$  से प्रस्क्राइब्ड है। उसके बाद टाइम  $t$  पर उसका तापमान ज्ञात कीजिए।

- 10.** Describe Euler's equation of motion for incompressible inviscid fluid.

आयलर के सततता समीकरण न दबाया जा सकने वाले इनविस्कस द्रव के लिए ज्ञात कीजिए।

Question No.

Page for Short Answer

प्रश्न संख्या

लघु उत्तरीय के लिए पृष्ठ

---

Question No.

प्रश्न संख्या

Page for Short Answer

लघु उत्तरीय के लिए पृष्ठ

---



Question No.

प्रश्न संख्या

Page for Short Answer

लघु उत्तरीय के लिए पृष्ठ

---

Question No.

Page for Short Answer

प्रश्न संख्या

लघु उत्तरीय के लिए पृष्ठ

---

Question No.

Page for Short Answer

प्रश्न संख्या

लघु उत्तरीय के लिए पृष्ठ

---

**ROUGH WORK**

रफ़ कार्य

## अभ्यर्थियों के लिए निर्देश

(इस पुस्तिका के प्रथम आवरण पृष्ठ पर तथा उत्तर-पत्र के दोनों पृष्ठों पर केवल नीली-काली बाल-प्वाइंट पेन से ही लिखें)

1. प्रश्न पुस्तिका मिलने के 30 मिनट के अन्दर ही देख लें कि प्रश्नपत्र में सभी पृष्ठ मौजूद हैं और कोई प्रश्न छूटा नहीं है। पुस्तिका दोषयुक्त पाये जाने पर इसकी सूचना तत्काल कक्ष-निरीक्षक को देकर सम्पूर्ण प्रश्नपत्र की दूसरी पुस्तिका प्राप्त कर लें।
2. परीक्षा भवन में लिफाफा रहित प्रवेश-पत्र के अतिरिक्त, लिखा या सादा कोई भी खुला कागज साथ में न लायें।
3. उत्तर-पत्र अलग से दिया गया है। इसे न तो मोड़ें और न ही विकृत करें। दूसरा उत्तर-पत्र नहीं दिया जायेगा। केवल उत्तर-पत्र का ही मूल्यांकन किया जायेगा।
4. अपना अनुक्रमांक तथा उत्तर-पत्र का क्रमांक प्रथम आवरण-पृष्ठ पर पेन से निर्धारित स्थान पर लिखें।
5. उत्तर-पत्र के प्रथम पृष्ठ पर पेन से अपना अनुक्रमांक निर्धारित स्थान पर लिखें तथा नीचे दिये वृत्तों को गाढ़ा कर दें। जहाँ-जहाँ आवश्यक हो वहाँ प्रश्न-पुस्तिका का क्रमांक तथा सेट का नम्बर उचित स्थानों पर लिखें।
6. ओ० एम० आर० पत्र पर अनुक्रमांक संख्या, प्रश्नपुस्तिका संख्या व सेट संख्या (यदि कोई हो) तथा प्रश्नपुस्तिका पर अनुक्रमांक और ओ० एम० आर० पत्र संख्या की प्रविष्टियों में उपरिलेखन की अनुमति नहीं है।
7. उपर्युक्त प्रविष्टियों में कोई भी परिवर्तन कक्ष निरीक्षक द्वारा प्रमाणित होना चाहिये अन्यथा यह एक अनुचित साधन का प्रयोग माना जायेगा।
8. प्रश्न-पुस्तिका में प्रत्येक प्रश्न के चार वैकल्पिक उत्तर दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के वैकल्पिक उत्तर के लिए आपको उत्तर-पत्र की सम्बन्धित पंक्ति के सामने दिये गये वृत्त को उत्तर-पत्र के प्रथम पृष्ठ पर दिये गये निर्देशों के अनुसार पेन से गाढ़ा करना है।
9. प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के लिए केवल एक ही वृत्त को गाढ़ा करें। एक से अधिक वृत्तों को गाढ़ा करने पर अथवा एक वृत्त को अपूर्ण भरने पर वह उत्तर गलत माना जायेगा।
10. ध्यान दें कि एक बार स्याही द्वारा अंकित उत्तर बदला नहीं जा सकता है। यदि आप किसी प्रश्न का उत्तर नहीं देना चाहते हैं, तो संबंधित पंक्ति के सामने दिये गये सभी वृत्तों को खाली छोड़ दें। ऐसे प्रश्नों पर शून्य अंक दिये जायेंगे।
11. रफ कार्य के लिए प्रश्न-पुस्तिका के मुखपृष्ठ के अंदर वाला पृष्ठ तथा उत्तर-पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ का प्रयोग करें।
12. परीक्षा के उपरान्त केवल ओ एम आर उत्तर-पत्र परीक्षा भवन में जमा कर दें।
13. परीक्षा समाप्त होने से पहले परीक्षा भवन से बाहर जाने की अनुमति नहीं होगी।
14. यदि कोई अभ्यर्थी परीक्षा में अनुचित साधनों का प्रयोग करता है, तो वह विश्वविद्यालय द्वारा निर्धारित दंड का/का, भागी होगा/होगी।